

# **Genetický konstruktivismus a jeho spojenci**

LADISLAV KVASZ

KMDM, PedF UK Praha

7. Setkání s Hejného Metodou 2023

# 1. Úvod

Genetický konstruktivismus se v kontextu reformy matematického vzdělávání jeví jako okrajové hnutí, které se týká malé skupiny nadšenců.

Když se však podíváme na reformy učebních osnov v širším kontextu reformy v západní Evropě a USA, zjistíme, že genetický konstruktivismus je v souladu s hlavním proudem těchto reform.

Podporuje ho mimo jiné NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), státní organizace učitelů matematiky v USA s více než sto tisíci členy. V USA není nositelem reformy malá skupina nadšenců, ale největší svaz učitelů matematiky ve svobodném světě.

Ani tato okolnost však nezabránila střetům mezi zastánci reforem (reprezentovanými NCTM) a jejich odpůrci (kteří se rekrutují z řad profesionálních matematiků a rodičů), které připomínají debaty o genetickém konstruktivismu (známém jako Hejného metoda) u nás.

V Americe se těmto střetům začalo říkat matematické války (tj. války o charakter vyučování matematice) a jsou námětem knihy

**Carmen Latterell: *Math Wars, A Guide for Parents and Teachers*. Westport: Praeger Publishers 2005.**



Carmen M. Latterell

# Math Wars

A Guide  
for Parents  
and Teachers

Zastánci genetického konstruktivismu necítí podporu stotisícové organizace z USA, kvůli *fázovému posunu mezi periodami* reformem a ústupu od nich. Když u nás přicházely reformy v matematickém vzdělávání, ve světě se od nich zpravidla již ustupovalo. To byl případ *New Math* a je to případ *konstruktivismu*.

Když byl ve světě nástup určité reformy na vrcholu, u nás byla modernizace výuky matematiky na okraji zájmu. Bylo tomu tak například *v roce 1950*, kdy ve světě startovala *New Math*, i *v roce 1989*, kdy startoval *konstruktivismus*.

Podle Latterella byly přelomovými reformami výuky matematiky léta **1950.**, **1970.** a **1989**, kdy se naše společnost zabývala jinými otázkami než otázkou, jak vyučovat matematiku.

Reformní hnutí v didaktice matematiky v Československu bylo tedy jakýmsi protipohybem k reformnímu hnutí v západní Evropě, a proto se původci těchto změn u nás necítí být součástí masivního celosvětového trendu.

## 2. Reformy vyučování matematiky v USA a u nás

Carmen Latterellová přibližuje historii reforem výuky matematiky pomocí metafory kyvadla. Jeden pól pohybu odpovídá *tradičnímu pojetí* výuky matematiky, které se zaměřuje na základní matematické znalosti, a druhý pól odpovídá *reformnímu pojetí*, jehož cílem je samostatné objevování matematických znalostí žáky. Podle autora lze v historii reformních snah ve Spojených státech rozlišit šest období:

1. - matematika pro praktické aplikace (1880 - 1920)
2. - *progresivní vzdělávání* (1920-1950) založená na Deweyho pedagogické teorii.
3. - tzv. *New Math* (1950-1971) zaměřená na výuku teorie množin a moderní matematiky.
4. - hnutí *Back to Basics* (1971-1979), návrat k tradiční výuce po krachu Nové matematiky.
5. - období řešení problémů (1979-1989)
6. - období reforem iniciovaných NCTM a jeho kritiky v podobě *matematických válek* (1989 - ).



Tento náčrt ukazuje, že roky **1920**, **1950**, **1971** a **1989**, které jsou mezníky reforem v USA, jsou zde roky společenské transformace.

Rok **1920** je ve znamení vzniku republiky a budování státního školství. Přestože jeho budovatelé přijali prvky progresivního školství, zabývali se mnohem závažnějšími problémy, než je otázka, jak vyučovat matematiku.

Rok **1950**, kdy je v USA zahájena Nová matematika, u nás po komunistickém převratu začíná budování jednotného socialistického školství, které se zaměřuje na jiné otázky než na modernizaci výuky matematiky.

Rok **1971**, kdy Západ od Nové matematiky ustupuje, u nás vrcholí normalizace. Jsme přitom svědky snahy zachovat alespoň něco z Pražského jara, kdy k nám (s patnáctiletým zpožděním) začaly pronikat myšlenky nové matematiky. Také v Československu se prosazuje reforma výuky inspirovaná Novou matematikou (Šedivý 1969), ale děje se tak v době, kdy od ní Západ již ustoupil. U nás v letech (1970-1979) dominovala výuka matematiky založená na teorii množin, zatímco Západ se vracel k tradiční výuce.

A v roce **1989**, kdy jsou v USA vydány jednotné standardy vypracované NCTM a začíná reforma výuky v duchu konstruktivismu, dochází u nás k mírné revoluci, která vede k ústupu od jednotných osnov.

Tento "*fázový posun*" v reformách matematického vzdělávání znemožňuje tvůrcům učebnic založených na genetickém konstruktivismu přihlásit se k obecnému konstruktivistickému hnutí na Západě a legitimizovat tak své snahy, protože na Západě je konstruktivismus řízen shora, zatímco u nás je genetický konstruktivismus alternativou k centrálně řízeným reformám, ať už je jejich obsah jakýkoliv.

### 3. Reforma New Math

První reformou zaměřenou na modernizaci výuky matematiky bylo hnutí **New Math**, které vzniklo po roce 1950. Podnět k této reformě však nevzešel ani od učitelů matematiky, ani od matematiků. Iniciovala ji OECD, když si její vedoucí představitelé uvědomili, že o výsledku studené války rozhodne technologická vyspělost, která je bez matematiky nemyslitelná.

"Novou matematiku lze nejlépe popsat tak, že to byla *teorie množin pro každého, včetně dětí v mateřské škole*" (Latterell 2005, s. 22). Kolem roku 1970 dospěli didaktici k názoru, že Nová matematika selhala, a tak byla opuštěna.

V Československu se didaktici matematiky postupně seznamovali s reformou nové matematiky v 60. letech 20. století, kdy po pádu stalinismu začali didaktici matematiky postupně obnovovat zpřetrhané vazby se Západem. Samotná reforma byla v celostátním měřítku zahájena v roce **1974**, kdy Západ od této reformy ustupoval. Zahájení této reformy vyznívá jako pokus zachovat alespoň něco z otevřenosti vůči mezinárodnímu vývoji, která byla charakteristická pro druhou polovinu 60. let. U nás tedy reforma přichází poté, co od ní Západ ustoupil. Samotná reforma byla řízena ministerstvem školství.

Genetický konstruktivismus se sice v 70. letech také objevil na veřejnosti, ale je zcela nezávislý na nové matematice. Prvním úspěchem genetického konstruktivismu bylo pořádání *Táborů mladých matematiků* (TMM) na Slovensku od roku 1975 a na třetím TMM v roce 1977 byl vydán programový text genetického konstruktivismu pod názvem *Pracovní materiály školicího střediska TMM* (Hejný a Hejný 1977). Vyšel v nákladu *sto výtisků* pod záštitou Metodického centra v Banské Bystrici, takže jej lze označit spíše za partyzánský počín. Kromě táborových vedoucích o ní téměř nikdo nevěděl.

Zatímco reforma nové matematiky byla řízena ministerstvem školství a týkala se všech škol v Československu, genetický konstruktivismus se zaměřil na mimoškolní matematiku - na matematické kroužky a tábory mladých matematiků. Omezoval se na malou skupinu lidí, kteří byli vedoucími těchto kroužků a táborů. Cílem bylo umožnit dětem zkoumat matematiku mimo školní prostředí plné strachu, známkování a donucování.

Teprve v roce 1989, po více než dvaceti letech působení v mimoškolním prostředí, se genetickému konstruktivismu otevřela možnost proniknout do škol a pokusit se přetvořit školní matematiku..

Porovnáme-li teoretické principy, pedagogické metody a didaktické cíle hnutí nové matematiky a genetického konstruktivismu, zjistíme, že nemají prakticky nic společného, kromě časové shody.

Nová matematika se zaměřila na modernizaci obsahu výuky a snažila se nahradit tradiční učební osnovy matematikou formulovanou jazykem teorie množin. Naproti tomu generativní konstruktivismus se původně zaměřoval na matematiku mimo školu a jeho cílem bylo umožnit žákům zažít matematiku v atmosféře radosti, objevování a hry, a oddělit tak matematiku od atmosféry strachu a hodnocení, s níž ji žáci spojují ve škole.



## 4. Reforma iniciována NCTM

Reforma, kterou v roce 1989 iniciovala Národní unie učitelů matematiky (NCTM), má s GEKON-ismem společné konstruktivistické zaměření.

GEKON vznikl *20 let předtím*, než si Amerika uvědomila, že nová matematika zkrachovala a výuka se vrací k tradičním formám.

NCTM v roce 1989 zveřejnila standardy, které se implementovaly na většině základních a středních škol v USA. Základní principy standardů NCTM lze shrnout do několika bodů (viz Latterell 2005, s. 28-30):

1. integrované učební osnovy matematiky, v nichž se v každém ročníku objevuje něco nového z každé oblasti matematiky, a nahrazují tak samostatné celky algebry, geometrie, kombinatoriky atd., jejichž postupné zařazování je charakteristické pro klasické učební osnovy.

2. Rozsáhlé používání kalkulaček, které nahrazují procvičování početních dovedností, jež kalkulačky činí nadbytečnými.

3. Snížení důrazu na základní početní dovednosti, jako je písemné násobení a dělení, které se prakticky nepochvičují.

4. Stále větší důraz na statistiku a diskrétní matematiku.

5. Důraz na řešení problémů; schopnost samostatně řešit matematické problémy považují zastánci NCTM za hlavní cíl výuky.

6. Celkové konstruktivistické pojetí výuky matematiky s myšlenkou, že žák si musí sám konstruovat své matematické znalosti, ideálně v procesu samostatného objevování – v protikladu k tradičnímu pojetí, že žák si musí zapamatovat základní matematické znalosti, které mu učitel sdělí, aby měl základ, na kterém může stavět.

"Učební osnovy NCTM jsou založeny na konstruktivismu; učitel nepřednáší, nevyžaduje učení se nazpaměť a následné procvičování postupů a neklade důraz na preskriptivní postupy. Místo toho vytváří situace, v nichž žáci zkoumají matematiku ve skupinách a používají různé reprezentace. Později může učitel zajistit, aby objevená pravidla byla správná" (Latterell, s. 41).

Po zhruba deseti letech reformy se proti ní zvedla vlna odporu. Na jedné straně ji iniciovali *rodiče*, kteří se obávali, že jejich děti nebudou úspěšné u přijímacích zkoušek na vysoké školy. Univerzity používaly standardizované testy obsahující úlohy na počítání se zlomky, úpravu algebraických výrazů apod. a ty se v nových osnovách již nevyučovaly. Druhou skupinu odpůrců tvořili profesionální *matematici*, kteří se ohrazovali proti vynechání procvičování numerického počítání, práce se zlomky a úpravy algebraických výrazů, neboť je považovali za nezbytné pro pochopení vyšší matematiky.

## 5. Kritika NCTM reformy zo strany Liping Ma

Pokus o nalezení střední cesty mezi reformním táborem a kritiky reformy učinila Liping Ma v knize *Knowing and Teaching Elementary Mathematics* (1999). Kniha vyšla deset let po začátku reformy, kdy matematické války vrcholily, a kniha byla "oceněna profesory matematiky i didaktiky" (Latterell, s. 131). Ma srovnávala matematické znalosti učitelů základních škol v Číně a v USA. Její výzkum ukázal, že čínští učitelé matematiky mají "hluboké porozumění základní matematice" (profound understanding of fundamental mathematics).

To je překvapivé zjištění, protože budoucí učitelé matematiky v USA studovali matematiku déle a rozsáhleji než jejich čínští kolegové. Rozdíl je však v tom, že v Číně se budoucí učitelé učí matematiku, kterou budou vyučovat na základní škole, a učí se jí způsobem, který vede k hlubšímu porozumění. Naproti tomu budoucí učitelé matematiky v USA se učí vysokoškolskou matematiku, kterou často nedokážou propojit se školní matematikou. Podle Ma proto učitelé v Číně mají hlubší matematické znalosti. Ma doporučuje, že pokud se má výuka matematiky v USA zlepšit, musí se zlepšit matematické znalosti učitelů.

Profesionální matematici to rádi slyší, protože se sami domnívají, že učitelé matematiku málo znají. Cestu vpřed vidí v tom, že budoucí učitele matematiky budou učit ještě více (univerzitní) matematiky. Na druhé straně reformátoři vidí v slovech Ma podporu pro své přesvědčení, že budoucí učitelé by se měli učit matematiku, kterou budou skutečně učit (tj. konstruktivistickou matematiku).

Ma říká: "učitelé s hlubokým porozuměním základům matematiky nikdy nezanedbávají roli procedurálního učení bez ohledu na to, jak velký důraz kladou na konceptuální porozumění" (Latterell 2005, s. 135).

Návrh Ma připomíná Tychona de Brahe, který se také pokoušel spojit prvky dvou neslučitelných systémů. A také mu téměř všichni tleskali, neboť Tycho zdánlivě spojil výhody koperníkovské astronomie s výhodami aristotelské kosmologie. Tento systém však nedokázal sladit fyzikální principy pohybu planet s astronomickými pozorováními.

GEKON nabízí řešení tohoto sporu tím, že procedurální matematiku označuje za matematiku předřecké (tj. egyptsko-babylonské) vrstvy. Z hlediska genetického principu tedy není správné procedurální matematiku eliminovat, jak se o to snaží zastánci NCTM.



Matematici mají pravdu v tom, že procedurální matematika je základem, na němž spočívá mnoho matematických intuicí a pojmů. Co však není zřejmé, je to, zda musíme tuto *archaickou vrstvu* učit *archaickými metodami*, tj. memorováním a drilem. GEKON může procedurální matematiku s využitím vhodných *matematických prostředí* uvést do "řecké" podoby, která umožní tyto postupy objevovat, diskutovat o nich mezi sebou a zdůvodňovat správnost jednotlivých pravidel.

## 6. Závěr

Zdá se, že genetický konstruktivismus není v žádném případě okrajovým hnutím malé skupiny nadšenců, ale přirozeným partnerem jedné z největších reforem matematického vzdělávání na světě.

A nejen to, genetický konstruktivismus může od reformního spolku NCTM získat nejen společenskou podporu pro své úsilí, ale může také nabídnout americkým kolegům řešení zásadního konfliktu, který rozděluje jejich komunitu a brzdí jejich reformní hnutí.

**Děkuji za pozornost**