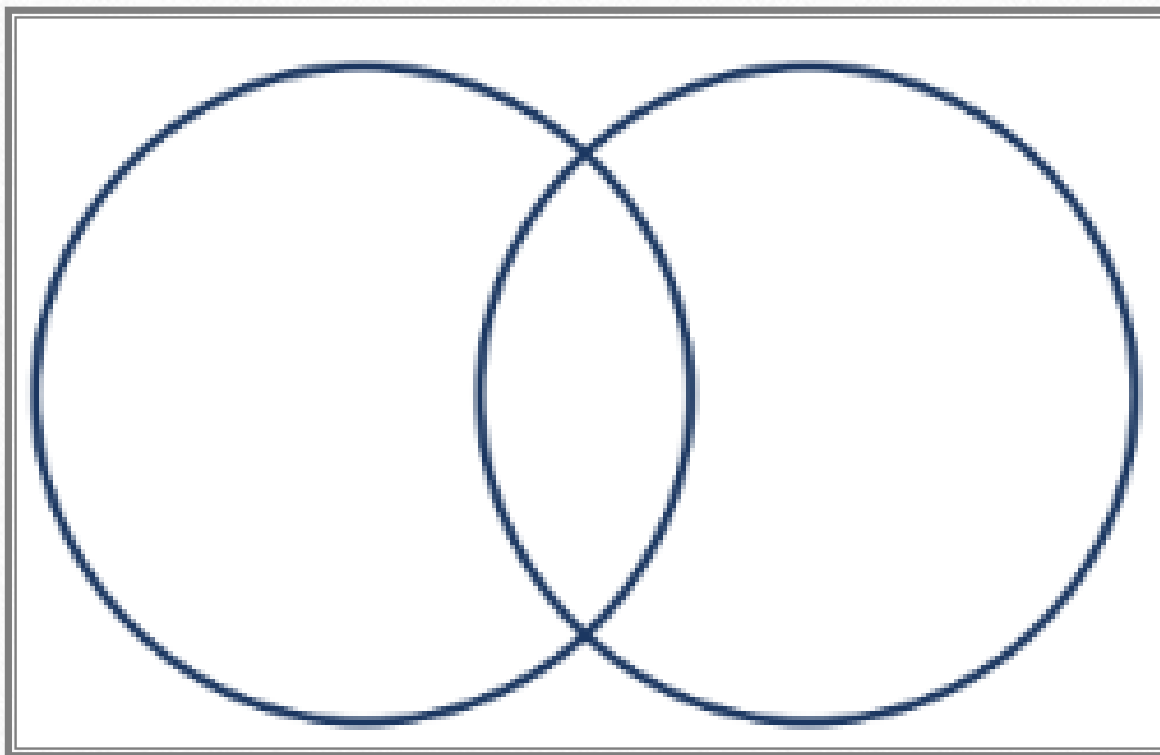


Množiny a výroky

pracovní učebnice pro gymnázia a SŠ

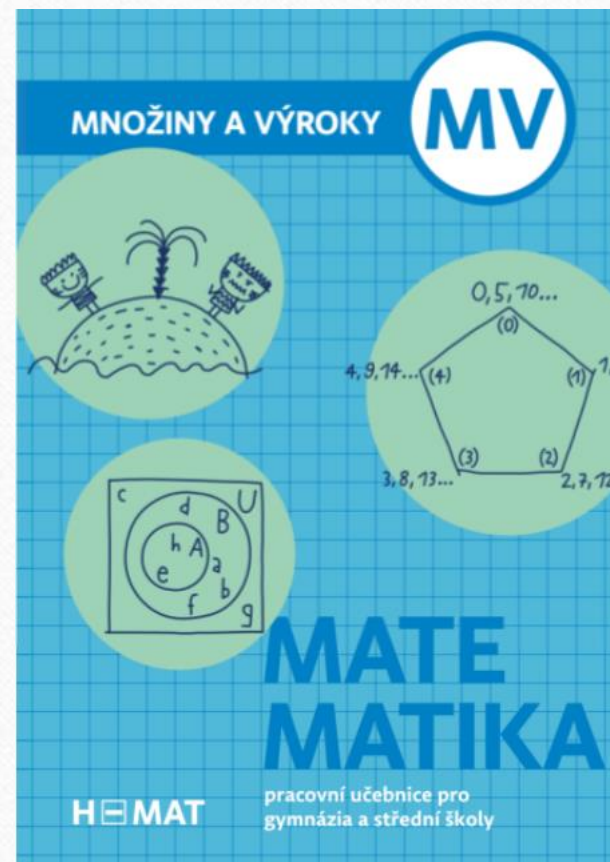
Anna Kuřík Sukniak

David Zenkl

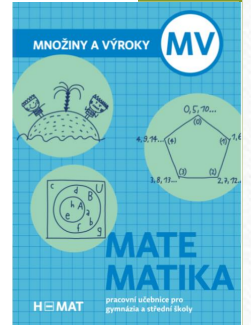








Cíle dílny

- Seznámení s celkovou koncepcí pracovní(ch) učebnic(e)
- Konkrétní ukázka + příručka pro učitele



Ikony a označení úloh



-  Úlohy, které vedou k budování pojmu. Je užitečné řešit je postupně a nevynechávat.
-  Úlohy s výběrem – většinou mají několik podúloh, někdy je tak označena i samostatná úloha. Tyto úlohy mají za cíl procvičení a prohloubení poznatků. Umožňují diferenciaci a individualizaci práce ve třídě. Učitel může úlohy vybírat podle situace ve třídě, žáci nemusejí řešit všechny podúlohy, mohou si vybírat podle potřeby buď základní úroveň a), b), nebo náročnější úlohy e), f).
-  Praktické úlohy. Žáci získávají zkušenosti s praktickými činnostmi, provádějí například měření ve třídě, v budově, venku. Praktické úlohy vyžadují předem přípravu pomůcek.
-  Úlohy s možností využití digitálních technologií.
-  Historické poznámky
-  QR kódy vedou na metodickou příručku pro učitele na www.h-edu.cz.

Obsah

Množiny I	2
Číselné obory.....	12
Dělitelnost I	22
Výroky I	24
Dělitelnost II	32
Výroky II	36
Množiny II	48
Výroky III	56
Důkazy I.....	66
Množiny III	68
Modulární aritmetika	76
Důkazy II	84
Výroky IV	88
Typy důkazů	96
Důkazy III.....	104
Matematická indukce	108





Některé úlohy v této kapitole jsou inspirovány knihou Raymonda M. Smullyana *Jak se jmenuje tahle knížka?*. Kniha je plná logických hádanek a určitě ji doporučíme vaší pozornosti.

Na ostrově žijí domorodci. Jsou to poctivci, kteří mluví vždycky pravdu, a padouši, kteří vždycky lžou. Zahrajte si na domorodce. Dva dobrovolníci půjdou za dveře a domluví se, kdo z nich bude hrát padoucha a kdo poctivce. Až přijdou do třídy, neřeknou vám, kdo je padouch a kdo poctivec. Vy se pak každého z nich zeptejte, jestli je padouch, nebo poctivec. Poznáte z jejich odpovědí, kdo je kdo?

Na ostrov zavítal turista a vzal si jednoho domorodce jako průvodce. Šli kolem zahradnictví, a tak turista vyslal svého průvodce, aby se zahradníka zeptal, zda je poctivcem, nebo padouchem. „Tvrdí, že je poctivec,“ přinesl zprávu průvodce. Kdo je průvodce?

1

Na ostrově žijí domorodci. Jsou to poctivci, kteří mluví vždycky pravdu, a padouši, kteří vždycky lžou. Zahrajte si na domorodce. Dva dobrovolníci půjdou za dveře a domluví se, kdo z nich bude hrát padoucha a kdo poctivce. Až přijdou do třídy, neřeknou vám, kdo je padouch a kdo poctivec. Vy se pak každého z nich zeptejte, jestli je padouch, nebo poctivec. Poznáte z jejich odpovědí, kdo je kdo?

Vyrobte si šest lístečků podle obrázku. Budete je potřebovat pro řešení dalších úloh.

I	III	V
II	IV	VI

4

Ze sady lístečků vyberte tak, aby pro vybrané lístečky byla pravdivá věta:

- a:* Na lístečcích jsou pouze sudá čísla.
- b:* Číslo na některém z lístečků je dělitelné třemi.
- c:* Všechny lístečky jsou modré.
- d:* Všechny modré lístečky jsou vybrány.
- e:* Některý z lístečků je modrý.
- f:* Jaké lístečky vybereme?
- g:* Lístečky odrážejí elektromagnetické vlnění o vlnové délce 700 nm.
- h:* Vyberte modré lístečky!
- i:* Lístečky jsou modré s čísly většími než V.

5 Sadu papírků z předchozí úlohy předložíme domorodcům z ostrova poctivců a padouchů. Jejich úkolem je ze sady vybrat jeden lísteček tak, aby platil následující výrok:

- a:* Lísteček je modrý.
- b:* Lísteček je modrý nebo červený.
- c:* Na lístečku je sudé číslo.
- d:* Na lístečku je číslo IV.
- e:* Na lístečku je menší číslo než IV.
- f:* Na lístečku není číslo.

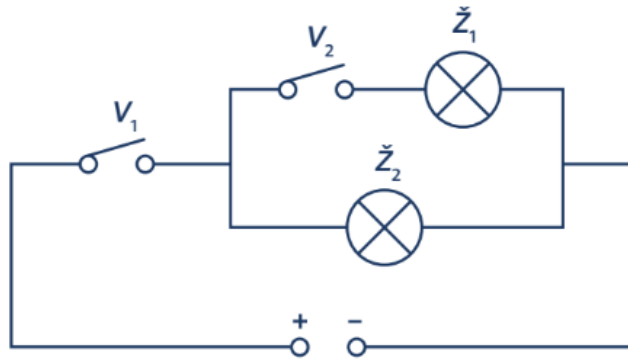
Do tabulky vypište čísla všech lístečků, které může vytáhnout poctivec a které padouch.

Výroky II

1

V elektrickém obvodu jsou zapojeny dva vypínače a dvě žárovky.

V tabulce je vyznačeno, zda je vypínač zapnutý (1), nebo vypnutý (0) a zda žárovky svítí (1), nebo nesvítí (0).



vypínač V_1	vypínač V_2	žárovka Z_1	žárovka Z_2
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Rozhodněte o pravdivosti následujících výroků:

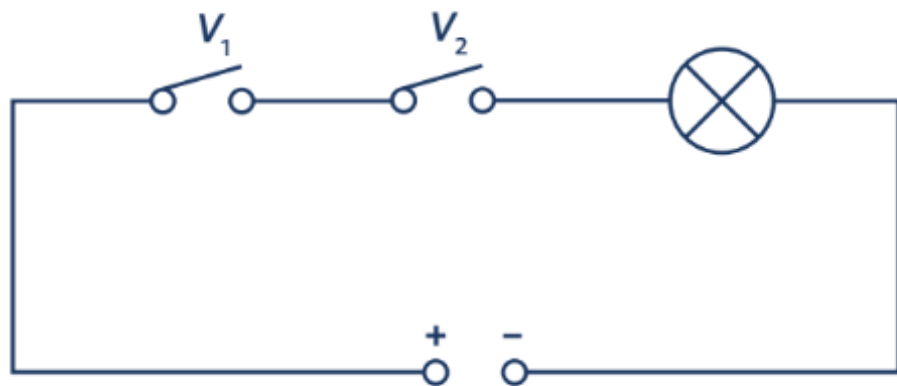
- a) Jestliže jsou oba vypínače zapnuté, svítí obě žárovky.
- b) Není možné, aby svítila jen žárovka Z_1 .
- c) Existuje možnost, kdy je jeden vypínač zapnutý, ale nesvítí ani jedna žárovka.
- d) Žárovka 2 svítí právě tehdy, když je zapnutý vypínač V_1 .
- e) Vždy, když je zapnutý vypínač V_1 , svítí žárovka Z_1 .
- f) Jestliže je zapnut právě jeden vypínač, svítí alespoň jedna žárovka.



4

V elektrickém obvodu jsou zapojeny dva vypínače a žárovka podle schématu.

Vyplňte tabulku stejným způsobem jako v úloze 1:



vypínač V_1	vypínač V_2	žárovka

Shrňte jednou větou, kdy žárovka svítí.

5

Množinu osob, které si v kavárně daly čaj, označme Č, množinu osob, které chtějí zákusek, označme písmenem Z. Žáci se baví o tom, co by si dali.

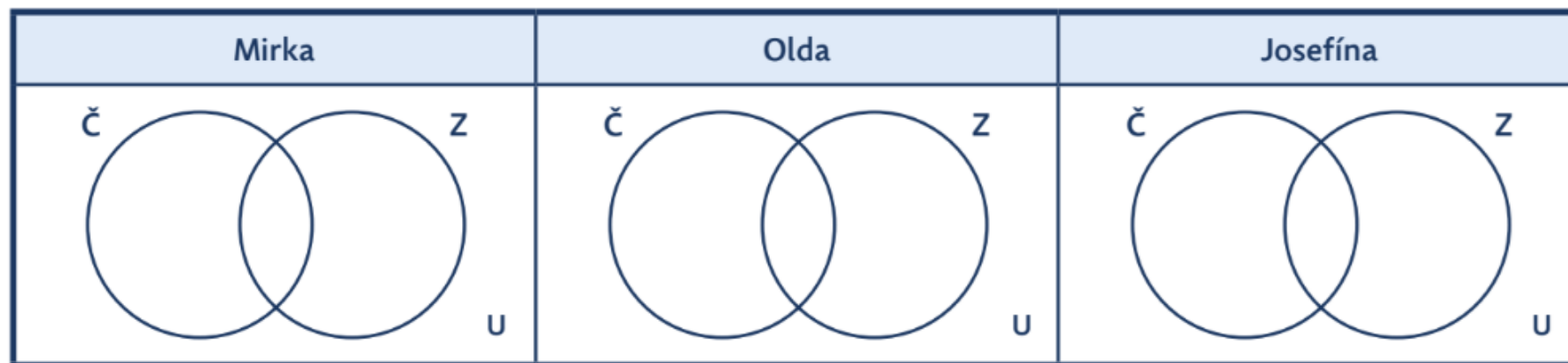
Mirka: „Dám si čaj.“

Olda: „Dám si zákusek.“

Josefína: „Dám si čaj a zákusek.“

Do Vennova diagramu zaznamenejte oblasti, do kterých Mirka, Olda a Josefína mohou patřit.

5



V mariášových kartách se vyskytují 4 druhy barev, které se v různých místech republiky nazývají různě. My budeme používat názvy žaludy, listy, srdce a koule.

žaludy 	zelené, listy, piky 	červené, srdce 	koule, koule 
--	---	--	--

Z balíčku s mariášovými kartami vyberte 12 karet – všechny sedmičky, osmičky a devítky. S takto vybranými kartami budete pracovat v některých z následujících úloh.

- 2** Z předložených mariášových karet vyberte kartu, která vyhovuje níže uvedené podmínce.
- a) Vybraná karta je kulová.
 - b) Vybraná karta je větší než 8.
 - c) Vybraná karta je menší než 9.
 - d) Vybraná karta není žaludová.
- 3** Z předložených mariášových karet vyberte všechny karty, které vyhovují níže uvedené podmínce.
- a) Vybraná karta je devítka a je srdcová.
 - b) Vybraná karta je kulová a je větší než 7.
 - c) Vybraná karta je větší než 8 a je žaludová.
 - d) Vybraná karta není listová a je menší než 9.



Domluva

Spojíme-li dva výroky spojkou „a zároveň“, dostaneme složený výrok, který je **konjunkcí** původních výroků. Konjunkci značíme symbolem \wedge .

Zápis $a \wedge b$ čteme „a a b“ nebo též „a a zároveň b“.

Příklad:

Výrok a : Karel má rád matematiku.

Výrok b : Karel hraje basketbal.

Výrok $a \wedge b$: Karel má rád matematiku a zároveň hraje basketbal.

12 Z předložených mariášových karet vyberte všechny karty, které vyhovují níže uvedené podmínce.

- a) Jestliže je vybraná karta srdcová, pak je to sedmička.
- b) Jestliže je vybraná karta kulová, pak je větší než 7.
- c) Jestliže je vybraná karta větší než 8, pak je žaludová.
- d) Jestliže vybraná karta není listová, pak je menší než 9.



13 Irena řekla: „Jestliže vytáhnu žaludovou kartu, pak to bude devítka,“ a ukázala:

- a) žaludovou sedmičku, b) srdcovou osmičku, c) srdcovou devítku.

Byla její předpověď správná?

14 Jirka šel na brigádu do zahradnictví a jeho šéf mu řekl: „Když vysadíš do konce týdne 500 sazenic, dostaneš prémii.“ Jirka vysázel 480 sazenic, a přesto dostal prémii.

- a) Lhal šéf? b) Mluvil šéf pravdu?

Domluva

Spojíme-li dva výroky spojkami „*jestliže...*, *pak...*“, dostaneme složený výrok, který nazveme **implikací**. Implikaci značíme symbolem \Rightarrow .

Zápis $a \Rightarrow b$ čteme „*jestliže a, pak b*“.

Příklad:

Výrok a : Karel má rád matematiku.

Výrok b : Karel hraje basketbal.

Výrok $a \Rightarrow b$: Jestliže Karel má rád matematiku, pak hraje basketbal.

17 Vyplňte tabulku pravdivostních hodnot pro implikaci.

a	b	$a \Rightarrow b$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

3

Na stole leží čtyři karty. Každá z nich má na jedné straně uveden nápoj a na druhé věk osoby, která nápoj pije. Platí pravidlo: „Pokud osoba pije alkohol, musí jí být alespoň 18 let.“ Vyberte právě ty karty, které byste museli obrátit, abyste zjistili, zda bylo pravidlo dodrženo.

pivo

čaj

55

13

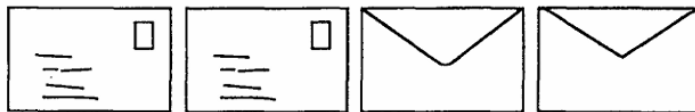
Each card has a letter on one side and a digit on the other



Which cards do you need to turn over to check if this statement is true or not:

If a card has an A on one side then it has a 3 on the other side.

Imagine you are working in the Post Office



40 lire stamp

50 lire stamp

sealed

unsealed

The rule is: If a letter is sealed it must have a 50 lire stamp on it.
Which letters do you need to turn over to check?

FIGURE 1. Abstract and contextualized versions of the “selection task” (after Johnson-Laird, Legrenzi, & Legrenzi, 1972).

DĚKUJEME ZA POZORNOST

